

El Dinero: Valor Temporal, Capitalización y Descuento

Índice

1	Introducción	3
2	Valor Temporal del Dinero	3
2.1	¿Qué motivos son éstos?	3
3	Capitalización y Descuento	6
3.1	Descuento simple comercial.....	11
3.2	Tantos equivalentes.....	12
4	Capitalización y Descuento Compuesto.....	14
4.1	Tantos equivalentes.....	16
4.2	El tanto nominal	17

1 Introducción

El valor del dinero está estrechamente ligado a la variable tiempo, por ello, resulta imprescindible conocer los procesos de capitalización y descuento y su aplicación práctica la hora de determinar la rentabilidad de posibles inversiones o la elección entre inversiones alternativas.

2 Valor Temporal del Dinero

El dinero es un bien que permite a las personas, realizar pagos, medir el precio de los demás bienes y servicios en una misma unidad de cuenta y que, eventualmente, representa para ellas un depósito de valor.

Las personas utilizan el dinero, en primer lugar, para realizar transacciones y, en segundo lugar, a través de la inversión o el préstamo, para incrementar su riqueza. En ambos casos, el tiempo es una variable importantísima ya que, debido a diversos motivos, modifica el valor del dinero.

2.1 ¿Qué motivos son éstos?

Cuando tenemos un excedente de ingresos sobre nuestro nivel de gasto, sabemos que, si lo mantenemos en cuenta corriente o “debajo del colchón”, corremos el riesgo de que envejezca, de que la inflación –crecimiento generalizado en el nivel general de precios de una economía– reste capacidad de compra a nuestro dinero. Al tiempo que perdemos oportunidades –coste de oportunidad (no invertir)– de rentabilizarlo en algún tipo de inversión o préstamo.

La inflación es, por lo tanto, el aumento sostenido y generalizado de los precios que tienen los bienes y servicios en una economía, en un periodo de tiempo concreto; generalmente un año. Por ejemplo, el aumento de un único bien o servicio (alquileres) no se considera inflación, para hablar de inflación, esta subida debe afectar a todos o la mayoría de los productos de una economía.

Las causas de la inflación son varias. En primer lugar, está la política monetaria, cuando hay mucho dinero circulando en una economía, los precios tienden a subir, ya que esta mayor cantidad de dinero favorece una mayor demanda de bienes y de servicios. Los precios también pueden subir cuando aumenta el coste

de los factores de producción de una economía (materias primas, petróleo, sueldos y salarios...).

Es importante tener en cuenta que, cuando la inflación sube, los precios son más caros, y los ahorros son menores, porque la divisa (por ejemplo, el euro, o el peso colombiano) vale cada vez menos. Es decir, la capacidad de compra de bienes y servicios es menor y se pierde poder adquisitivo.

Una de las ventajas de la inflación es que reduce el valor de mis pasivos o de mis deudas. Otro impacto es que favorece el consumo frente al ahorro, ya que prefiero consumir hoy si pienso que los precios van a crecer.

Desde un punto de vista financiero, el objetivo de cualquier ahorrador debe ser conseguir una rentabilidad del dinero superior a la inflación, para conseguir mantener mi poder adquisitivo.

La capacidad de compra del dinero se mide en unidades de bienes o servicios reales que podemos adquirir. Así, si disponemos de 100€ para adquirir, por ejemplo, libros, a razón de 10€ la unidad, nuestro poder adquisitivo es de 10 libros.

Si un año después, el precio de los libros ha subido un 10%, hasta los 11€/unidad, podremos comprar 9,09 libros, dado que no son divisibles, compraríamos 9 libros y nos sobraría 1€.

Ahora bien, al invertir o prestar asumimos, siempre, un cierto nivel de riesgo. Cuando invertimos, o prestamos a alguien nuestro excedente actual de dinero (asumiendo la eventualidad de no recuperarlo), o compramos todo o parte de un negocio, un inmueble, etc... quedamos expuestos a la evolución de los precios del mismo (incurriendo en el riesgo de recoger menos de lo que invertimos).

Por último, una vez tomada la decisión de inversión, inmovilizamos nuestro dinero durante cierto periodo de tiempo, incurriendo, de nuevo, en el coste de oportunidad de otras inversiones alternativas.

Resulta, por tanto, comprensible que una decisión de inversión o préstamo vaya siempre acompañada de una compensación económica por el hecho de renunciar al consumo inmediato de nuestro dinero. A esta retribución subjetiva (depende de factores propios de cada uno de nosotros), el mercado le asigna un valor objetivo (formado por la concurrencia de oferta y demanda de capitales) denominado interés.

Dado que las personas han de tomar decisiones, continuamente, sobre estos aspectos, les interesa conocer: cómo varía el valor de su dinero en el tiempo;

cómo determinar la rentabilidad de una inversión; y cómo comparar inversiones alternativas.

El VAN o el Valor Actual Neto es lo que en materia de finanzas nos permite conocer el estado de los cobros y de los pagos de una inversión que se ha llevado a cabo. Por tanto, es una herramienta que actúa como indicador a la hora de determinar si dicha inversión o proyecto tiene viabilidad y luz verde.

El VAN hace referencia a las ganancias que tiene un proyecto, teniendo siempre en cuenta tanto la inversión inicial, como la previsión de ingresos y gastos futuros. De este modo, el VAN es un método dinámico cuyo cálculo resulta fundamental para expresar en cantidades absolutas y exactas el rendimiento de dicho proyecto, por lo que está relacionado con otro concepto que es la TIR (Tasa Interna de Retorno).

El valor actual neto (VAN) es un criterio de inversión que consiste en actualizar los cobros y pagos de un proyecto o inversión para conocer cuanto se va a ganar o perder con esa inversión. También se conoce como valor neto actual (VNA), valor actualizado neto o valor presente neto (VPN).

El valor actual neto (VAN) es un indicador financiero que sirve para determinar la viabilidad de un proyecto o de una inversión. Si medimos los flujos de los futuros ingresos y egresos, descontamos la inversión inicial y nos queda un nivel de ganancia que hemos considerado como aceptable, el proyecto es viable. Si la ganancia es igual a 0 o es negativa, nos debemos plantear no seguir adelante con ese proyecto.

Ahora vamos a introducir el concepto de TIR. La TIR es la Tasa Interna de Retorno. Ambas fórmulas se relacionan de forma directa con los flujos de caja de una inversión y buscan hacer más preciso el cálculo de la rentabilidad que se espera de una inversión. La TIR, es la máxima tasa de descuento que hace que el VAN sea igual o mayor a cero.

Cuando la TIR es mayor que cero, la inversión analizada recupera el capital invertido más una ganancia adicional, por lo tanto, el proyecto se puede considerar rentable pero quizás no sea aceptado por no ser lo suficientemente rentable.

Ejemplo: se nos presenta una decisión de inversión con un desembolso inicial de 70 u.m. y que genera un flujo de caja el primer año de 15 u.m. y de 60 u.m. el segundo año. ¿cuál es la TIR de esta inversión?

T_0 (hoy) = -70 u.m.

T_1 (un año) = 15 u.m.

T_2 (dos años) = 60 u.m.

$$VAN = -70 + 15 / (1+i) + 60 / (1+i)^2$$

La TIR es el tipo de interés (i) que hace que el VAN sea igual a cero.

$$0 = -70 + 15 / (1+TIR) + 60 / (1+TIR)^2$$

TIR = 0,0391 o el 3,91%

(se suele calcular en una hoja Excel o en una Calculadora financiera)

Por lo tanto, si comparo este proyecto de inversión con otros, cuya TIR sea superior al 3,91% mi elección debe ser el /los otros proyectos. Si mis inversiones comparables me ofrecen una rentabilidad inferior al 3,91% y esta rentabilidad es adecuada para mí, decidiré llevar a cabo este proyecto.

Para terminar de entender los conceptos de VAN y TIR, vamos a profundizar en las definiciones de Capitalización y de Descuento.

3 Capitalización y Descuento

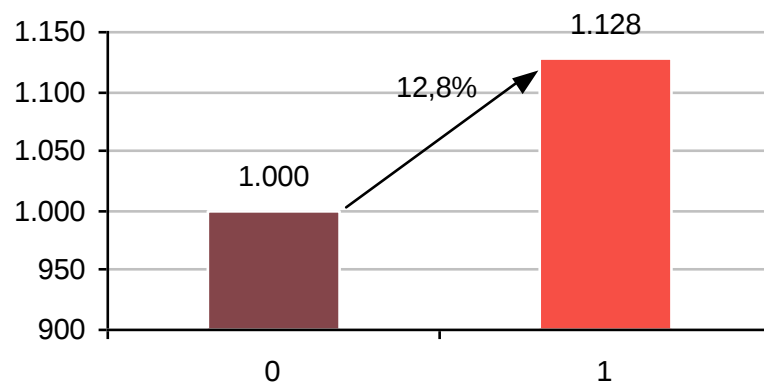
Cuando hablamos de dinero, por tanto, tenemos que hacerlo siempre referido al tiempo. No son lo mismo 1.000 euros hoy, no compran las mismas unidades de bienes y servicios, que mil euros de hace diez años.

Al inversor le interesa conocer cuál es la relación entre un capital hoy y su capital equivalente dentro (o hace) de un tiempo. Y esto en dos situaciones: que conozcamos el capital hoy y deseemos saber cuánto valdrá mañana (capitalización) o que conozcamos un capital en una fecha futura y queramos saber su valor actual (descuento). En cualquiera de los casos, la operación que relaciona dos o más capitales en el tiempo se denomina operación financiera y la magnitud que relaciona ambas cantidades en el tiempo se denomina interés.

Al capital en la fecha actual le denominamos valor inicial, actual o presente y a su equivalente en fecha futura, valor final o, simplemente, valor futuro.

Cuando hablamos de dinero debemos hacerlo siempre referido al tiempo.

Supongamos que tenemos un capital hoy de 1.000 euros y nos ofrecen un 12.8% de interés a un año, tendremos 1.128 euros.



Al finalizar el año tendremos los 1.000 euros que pusimos, más los intereses. Es decir:

$$VF = VI + I$$

Los intereses se calculan como porcentaje (i) del valor inicial, así:

$$I = i \times VI$$

Sustituyendo:

$$VF = VI + i \times VI$$

Y, sacando factor común:

$$VF = VI \times (1 + i)$$

En esta expresión, sustituimos cada variable por su valor y tenemos:

$$VF = 1.000 \times (1 + 0,128) = 1.128\text{€}$$

Note el lector que cuando hablamos de intereses nos referimos a i , tasa de interés, expresada en porcentaje (al operar lo haremos en tanto por uno, o sea, si tenemos 10%, utilizaremos 0,1) y a I , cantidad de dinero que tenemos al final con respecto al valor inicial.

Lo habitual en las operaciones financieras es que nos pidan el valor final (VF) de una inversión conocidos el valor inicial (VI), es decir cuánto destinamos a esa inversión y el tipo de interés. A estas operaciones las denominamos operaciones de capitalización.

En caso de que estemos realizando el cálculo inverso (conocemos el VF y el tipo de interés), la expresión anterior se convertiría en:

$$VI = \frac{VF}{(1 + i)}$$

Esta es la fórmula general de las operaciones de actualización o descuento. En estas operaciones, generalmente al tipo de interés se le denomina tasa de descuento o de actualización. Descontar o actualizar es calcular el valor actual, el equivalente financiero, a saldos monetarios futuros, dada una tasa de interés o descuento.

A las expresiones $(1 + i)$ y $\frac{1}{(1+i)}$ las denominamos factores de capitalización y de descuento, respectivamente y nos indican el valor futuro o el valor actual de una unidad monetaria, por ejemplo, un euro, transcurrida una unidad de tiempo.

Veamos un ejemplo:

Cajamar me ofrece por 10.000 euros un 3,75% anual. Si coloco 50.000 euros, ¿qué cantidad tendré al cabo de un año?

Como nos piden el valor final, estamos hablando de capitalización. Nos dan tres datos: valor inicial (=50.000), tipo de interés (=3,75%) y plazo (=1 año).

En nuestra fórmula:

$$VF = 50.000 \cdot (1 + 0,0375 \cdot 1) = 51.875€$$

Como puede observar el lector, al operar hemos utilizado el tipo de interés en tanto por uno (3,75% > 0,0375). Por otra parte, los la cuantía de intereses I se obtiene restando al valor final el valor inicial: $I = VF - VI = 51.875 - 50.000 = 1.875€$ o, más directamente, multiplicando la tasa de interés en tanto por uno por el valor inicial

$$I = i \times VI = 0,0375 \times 50.000 = 1.875€$$

Podría suceder que conociésemos los valores iniciales y finales de una inversión y nuestra incógnita fuese el tipo de interés que aplica. En este caso tendríamos que despejar en la fórmula de la capitalización que ya conocemos (supondremos que el tiempo es 1 año)

$$VF = VI \cdot (1 + i \cdot 1) \Rightarrow i = \left[\frac{VF}{VI} - 1 \right] \cdot 100$$

Veamos algunos ejemplos más.

Supongamos que tenemos 1.000.000 de euros hoy y que una entidad financiera nos propone 1.020.000 euros dentro de un año. ¿Qué interés nos está ofreciendo?

$$1.020.000 = 1.000.000 \cdot (1 + i \cdot 1) \Rightarrow i = \left[\frac{1.020.000}{1.000.000} - 1 \right] \cdot 100 = 2\%$$

¿A cuánto dinero equivalen hoy 1.500 euros de dentro de un año si aplicamos una tasa de interés (descuento) del 4%?

$$VI = \frac{1.500}{(1 + 0,04 \cdot 1)} = 1.442,31€$$

Hasta este momento hemos venido suponiendo que las operaciones de capitalización y de descuento tienen un tipo de interés (o de descuento) anual y su vencimiento es un año. ¿Qué ocurre si tenemos varios periodos en los que se generan intereses?

Nos encontramos con dos posibilidades:

- Que los intereses generados en el periodo t-1 se paguen, y no se acumulen para producir nuevos intereses en el periodo t. (operaciones de capitalización / descuento simple, en general, tipo de interés simple).
- Que los intereses generados en el periodo t-1 se acumulen al capital y generen nuevos intereses en el periodo t. (operaciones de capitalización / descuento compuesto, en general, tipo de interés compuesto).

Supongamos que hacemos una imposición de 1.000 euros en un depósito a dos años paga un 4% anual (el pago se realiza en una cuenta corriente asociada al 0%). ¿Cuál será nuestro capital al final de los dos años?

Al final del primer año, $VF_1 = VI_0 \times (1+i)$, es decir, $VF_1 = 1.000 \times (1+0,04) = 1.040$ euros.

En este caso, el capital inicial al comienzo del segundo año es, nuevamente, 1.000 euros. Por tanto, $VF_2 = VI_1 \times (1+i)$. En este caso $VI_1 = VI_0$, luego, $VF_2 = VI_0 \times (1+i) = 1.000 \times (1+0,04) = 1.040$ euros.

Nuestro capital, al cabo de los dos años, será $(VF_1 + VF_2) - VI_0 = 1.040 + 1.040 - 1.000 = 1.080$ euros.

La fórmula general para la capitalización simple que utilizaremos para operaciones a corto plazo (plazo inferior a un año) será:

$$VF = VI \cdot (1 + i \cdot n)$$

Si utilizáramos en descuento simple racional utilizaríamos esta expresión:

$$VI = \frac{VF}{(1 + i \cdot n)}$$

Siendo n , en ambos casos, el número de periodos en los que se genera interés. En general i es el interés anual y n son años.

Por ejemplo:

Contratamos una IPF que paga un 3,5% anual durante dos años. Si ponemos 50.000 euros, ¿qué capital acumularemos?

$$VF = 50.000 \times (1 + 0,035 \times 2) = 53.500€$$

3.1 Descuento simple comercial

En el descuento simple existe una variante en función del capital que se considere para el cómputo de los intereses. Así, si consideramos el capital inicial VI (también denominado efectivo o actual) estaremos ante el descuento racional o matemático. El que hemos estudiado hasta ahora. En cambio, si los intereses generados en la operación se calculan sobre el capital final o nominal VF , tendremos el descuento comercial o bancario:

$$VI = VF \cdot (1 - d \cdot n)$$

Siendo n el número de periodos en los que se genera interés y d , la tasa de descuento.

Los resultados obtenidos al aplicar uno u otro tipo de descuento son distintos siendo siempre el descuento comercial mayor que el racional.

Aunque matemáticamente es menos preciso y el cálculo más complejo (no reproduce el mismo capital y el descuento puede ser negativo) en la práctica comercial y bancaria es muy habitual encontrar operaciones de descuento comercial (letras de cambio, pagarés...). En cambio, en la valoración de activos de renta fija (letras y bonos) utilizaremos siempre en descuento racional.

Veamos un ejemplo:

Un cliente descuenta una letra de cambio a un año en una entidad financiera por importe de 1.000.000€. Si la tasa de descuento comercial aplicable es el 8%, ¿cuánto dinero le anticipará el banco?

Dentro de un año el cliente recibirá un millón de euros. Aplicando una tasa de descuento comercial del 8%, el equivalente hoy será:

$$VI = 1.000.000 \cdot (1 - 0,08 \cdot 1) = 920.000\text{€}$$

Lo que significa que la entidad nos cobra 80.000€ de intereses por anticiparnos el capital.

Hasta ahora hemos supuesto que tenemos tipos de interés anuales y que las operaciones tienen un plazo de un año. Pero esto no es siempre así y hay algo importante a tener en cuenta cuando hablamos de operaciones financieras: cuando la periodicidad en que se generan los intereses (días, semana, mes, trimestre, semestre...) y la unidad de tiempo en la que viene expresado el tipo de interés no coinciden.

3.2 Tantos equivalentes

Es habitual encontrar la tasa o tipo de interés expresada en términos anuales, sin embargo éstos no se devengan siempre con esa periodicidad.

En operaciones de capitalización y descuento simples no existen diferencias derivadas de la frecuencia con que se pagan los intereses. Así, por ejemplo, un 12% anual es equivalente (produce el mismo interés, dado un capital inicial determinado) a un 3% trimestral, a un 6% semestral o a un 1% mensual.

Por tanto, para las operaciones simples los tantos equivalentes son proporcionales, siendo el factor de proporcionalidad la frecuencia de capitalización o descuento, que es el número de partes iguales en que se divide el año.

En operaciones simples, la expresión general para el cálculo de los tantos equivalentes es:

$$i = i_k \times K$$

Siendo k la frecuencia de capitalización: k=1, anual; k=2, semestral; k=4, trimestral; k=12, mensual...

Una vez conocido el concepto de tanto equivalente, las fórmulas generales de la capitalización y el descuento simples son:

$$VF = VI \times (1 + i_k \times k \times n)$$

Sustituyendo i , por su valor en términos del tanto equivalente referido al periodo k .

Es importante fijarse en que cuando ponemos i (tipo de interés anual) lo multiplicamos por el número de años, n . Cuando ponemos, por ejemplo, i_{12} (tipo de interés, tanto equivalente, mensual) multiplicaremos por $k=12$ y por el número de años que dure la operación, n .

Un ejemplo:

Una cuenta corriente nos paga un 1% mensual durante un año y medio. Si invertimos 1.000 euros, ¿qué capital tendremos a vencimiento?

Podemos decir:

$$VF = 1.000 \times (1 + 0,01 \times 18) = 1.180\text{€}$$

Donde el 1% es el tipo mensual y 18 los meses que dura la operación.

O

$$VF = 1.000 \times (1 + 0,12 \times 1,5) = 1.180\text{€}$$

Donde el 12% es el tipo anual equivalente al 1% mensual y 1,5 son el año y medio que dura la operación.

El descuento simple racional:

$$VI = \frac{VF}{(1 + i_k \cdot k \cdot n)}$$

4 Capitalización y Descuento Compuesto

Si, en el ejemplo anterior, aplicamos el tipo de interés en el periodo 2 sobre el capital y sobre los intereses generados en el periodo 1, tendríamos:

Al finalizar el primer año, $VF1 = VI0 \times (1+i) = 1.000 \times (1+0,04) = 1.040$ euros.

Al finalizar el segundo año, $VF2 = VI1 \times (1+i)$, siendo, en este caso $VI1 = VF1$. Por tanto, sustituyendo $VI1$ por su valor, tendríamos: $VF2 = VF1 \times (1+i) = VI0 \times (1+i) \times (1+i) = VI0 \times (1+i)^2 = 1.000 \times (1+0,04)^2 = 1.081,6$ euros.

La diferencia con el ejemplo anterior (1.080 frente a 1.081,6) es consecuencia directa de capitalizar los 40 euros de intereses del periodo 1 al 4% durante el periodo 2. Aquí puede parecer pequeña, sin embargo, conforme el tipo de interés es mayor y, sobre todo, cuando el número de veces que se generan intereses en el periodo es mayor, las diferencias son muy grandes (función lineal versus función exponencial), por algo, el mismísimo Albert Einstein describió el tipo de interés compuesto como “la fuerza más potente del universo”.

Por tanto, para la capitalización, la expresión general es:

$$VF = VI \times (1 + i)^n$$

Y, para el descuento compuesto:

- Racional

$$VI = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

- Comercial

$$VI = VF \times (1 - d)^n$$

Siendo n , en cada caso, el número de periodos en los que se genera interés.

El descuento calculado sobre el valor nominal se llama descuento comercial; mientras que el descuento calculado sobre el valor efectivo, se llama descuento

racional. En este caso, el valor efectivo será el que finalmente recibiría quien solicite el descuento (es decir, el valor nominal descontado gastos, etc), de ahí que se denomine descuento racional, porque es más "razonable" calcular los intereses sobre el valor efectivo, que es el que realmente percibe el solicitante del descuento.

Ejemplo descuento racional:

Se desea anticipar el pago de una deuda de 24.000 euros que vence dentro de 3 años. Si el pago se hace en el momento actual, ¿qué cantidad tendremos que entregar si la operación se concierta a un tipo de interés del 5% anual compuesto? ¿Cuánto nos habremos ahorrado por el pago anticipado?

$$C_o = \frac{24.000}{(1 + 0,05)^3} = 20.732,10\text{€}$$

$$D_r = 24.000 - 20.732,10 = 3.267,90\text{€}$$

Ejemplo descuento comercial:

Se desea anticipar un capital de 10.000 euros que vence dentro de 5 años. Si el pago se hace en el momento actual, ¿qué cantidad tendremos que entregar si la operación se concierta a un tipo de descuento del 10% anual? ¿Cuánto nos habremos ahorrado por el pago anticipado?

$$C_o = 10.000 \cdot (1 - 0,10)^5 = 5.904,9\text{€}$$

$$D_c = 10.000 - 5.904,9 = 4.095,1\text{€}$$

Veamos un ejemplo de capitalización:

Un producto financiero nos ofrece un 4% anual durante dos años. Por cada euro invertido, ¿cuánto obtendremos a vencimiento si aplicamos capitalización compuesta?

$$VF = 1.000x(1 + 0,04)^2 = 1.081.6€$$

Observe el lector que si hubiéramos aplicado capitalización simple el resultado hubiera sido:

$$VF = 1.000x(1 + 0,04x2) = 1.080€$$

La diferencia de 1,6 euros, es el interés de los cuarenta euros de intereses del primer año, durante el segundo.

4.1 Tantos equivalentes

Al igual que veíamos en las operaciones de capitalización y descuento simples, dados un capital y un periodo de tiempo determinado, tenemos que dos tantos son equivalentes si producen el mismo interés.

En el caso de la capitalización (y descuento) compuesta, es un poco más difícil. Vamos a prescindir de las demostraciones. Diremos que invertir un euro durante un año a un tipo anual efectivo, que denominamos TAE, debe ser equivalente a invertir un euro durante los k periodos en los que se divide el año a un tipo i_k .

$$(1 + TAE) = (1 + i_k)^k$$

De donde podemos despejar en función de que dato nos den.

Veamos dos ejemplos:

¿Cuál es el tipo anual efectivo (TAE) si tenemos un 3% trimestral?

$$i = (1 + 0,03)^4 - 1 = 12,55\%$$

¿Cuál es el tanto mensual equivalente a un 12% anual efectivo (TAE)?

$$i_{12} = (1 + 0,12)^{1/12} - 1 = 0,948\%$$

Observe el lector que para despejar i_k hemos dividido los exponentes de la expresión de tantos equivalentes por k . Así, el primer término $1 + TAE$, está elevado a 1. Dividiendo por k , tenemos $(1 + TAE)^{1/k}$. Lo mismo con la expresión $(1 + i_k)^{k/k}$, que pasa a ser $(1 + i_k)^1$

$$(1 + TAE)^1 = (1 + i_k)^k \Rightarrow (1 + TAE)^{1/k} = (1 + i_k)^{k/k} \Rightarrow i_k = (1 + TAE)^{1/k} - 1$$

4.2 El tanto nominal

En ocasiones, nos ofrecen la rentabilidad de un producto o una inversión a través del tipo de interés anual que vimos en la capitalización (descuento) simples. A este tipo de interés, le llamaremos nominal anual y se distingue del tipo de interés anual efectivo, en que al primero se llega a través de la capitalización simple y al segundo a través de la compuesta.

El tanto nominal j_k se obtiene multiplicando el tanto k -esimal por la frecuencia de capitalización.

$$j_k = k \cdot i_k$$

La expresión general que relaciona tantos efectivos y nominales es:

$$TAE = \left(1 + \frac{j_k}{k}\right)^k - 1$$

Siendo k , la frecuencia de capitalización, es decir, el número de veces que se generan intereses (que se compone) en el periodo de inversión. $k=2$, semestral; $k=4$, trimestral; $k=12$ mensual; $k=365$, diario

Veamos un ejemplo:

Supongamos un depósito con un interés del 12% nominal anual, pagadero trimestralmente.

El 12% es un tanto simple pagado una vez al año. Para calcular el TAE debemos, primero, encontrar el tanto nominal correspondiente a un tipo simple que, se paga trimestralmente (cuatro veces al año), es decir, el tanto nominal trimestral:

$$i_4 = \frac{0,12}{4} = 0,03 \rightarrow 3\%$$

Según la expresión anterior, el tipo efectivo o TAE sería:

$$i = (1 + 0,03)^4 - 1 = 12,55\%$$

Como puede apreciarse, el resultado final es superior al obtenido con el tanto anual simple, debido a que los intereses generados en cada periodo pasan a formar parte del capital inicial del siguiente periodo. O, visto al revés, para obtener el mismo resultado empleando que el que obtendríamos con capitalización simple, el tanto trimestral debería ser algo inferior en capitalización compuesta para “compensar” el efecto de los intereses “productivos”.

La posibilidad de calcular el tipo efectivo anual, nos permite comparar entre distintas inversiones, con independencia de con qué frecuencia se componen (se genera el interés).

En los distintos productos financieros, es frecuente ver devengos de interés semestrales, trimestrales, mensuales o incluso, diarios. Hay que tener en cuenta que muchos de estos productos ofrecen una retribución mayor (gancho comercial) durante un corto periodo de tiempo, unos meses y una retribución distinta, más acorde con la normal de mercado.

Los tipos anuales, suponen la capitalización (simple o compuesta) de un tipo nominal k-esimo constante. Y esto es precisamente lo que debemos conocer para, saber cuánto nos pagan efectivamente y para, saber cuál es el tipo efectivo anual si, durante el año, nos han retribuido a distintos tipos.

Cerremos el tema con un ejemplo:

La entidad JLH nos ofrece una cuenta remunerada al 3,5% TAE durante los 4 primeros meses. ¿Cuál es el tipo de interés nominal mensual que nos abonará? ¿A cuánto ascenderá el capital final si invertimos 1.000 euros?

Lo primero es saber cuánto es el tipo mensual:

$$i_{12} = (1 + 0,035)^{1/12} - 1 = 0,287\%$$

Esto es lo que nos van a pagar cada mes durante cuatro meses. Además este tipo de productos, aunque deben por ley publicar un TAE, utiliza capitalización simple. Por tanto:

¿Cuál es el tipo de interés mensual que nos abonará? Un 0,287%. El resultado de capitalizar en compuesta durante doce meses ese tanto nominal es 3,5% TAE (si capitalizásemos en simple tendríamos el tipo nominal anual $j_{12} = 12 \cdot i_{12} \cdot 0,00287 = 3,44\%$)

¿A cuánto ascenderán los intereses si invertimos 1.000 euros?

$$VF = 1.000x(1 + 0,00287x4) = 1.011,48\text{€}$$

Supongamos que el resto del año, 8 meses, nos pagan un 1,25% TAE, es decir, un:

$$i_{12} = (1 + 0,035)^{1/12} - 1 = 0,287\%$$