

Empréstitos

Índice

1	Introducción	3
2	Personas que Intervienen en el Empréstito	4
3	Terminología	4
4	Los Empréstitos desde el Punto de Vista del Emisor	5
5	Empréstitos Normales Ejercicios	12

Red SUMMA ©

Objetivo

- Conocer los elementos de un empréstito, como hacer la recta del tiempo del mismo
- Saber tratar los empréstitos más comunes, que son aquellos en los que periodo a periodo se abonan los intereses y se amortizan al vencimiento del mismo

1 Introducción

Los empréstitos surgen cuando las necesidades de financiación son tan elevadas que resulta difícil obtener los fondos de un solo acreedor. Por ello se opta por fraccionar la deuda en pequeños préstamos, representados en títulos, que son suscritos por un número elevado de prestamistas (obligacionistas o bonistas). Así, se puede definir el empréstito como un macro-préstamo de cuantía elevada que para facilitar el concurso de muchos acreedores se divide en partes iguales, las cuales se instrumentan en títulos. Cada una de las cuales recoge las condiciones generales del empréstito:

- El nombre, capital, objeto y domicilio del emisor.
- El valor nominal, intereses, vencimientos, primas y lote de obligaciones, si las tuviera.
- Garantías de la emisión.

Los títulos incorporan un derecho de cobro de intereses y recuperación del nominal para el titular o poseedor del título. Estos derechos se convierten en la obligación para la sociedad emisora que se materializa en el pago de interés y devolución del nominal.

En el lenguaje financiero la parte igualitaria del empréstito se reconoce con varios nombres: título-valor, título, obligaciones, título de la obligación si la emisión se hace a más de cinco años y bonos cuando la emisión es a cinco o menos años.

“La finalidad de los empréstitos es obtener financiación de forma externa “

2 Personas que Intervienen en el Empréstito

El prestatario. Es el emisor, la entidad o sociedad que solicita dinero en préstamo emitiendo obligaciones que colocará en el mercado financiero. El prestatario «vende» obligaciones a los ahorradores.

El prestamista. Es la persona física o jurídica que presta el dinero. También se llama obligacionista (o bonista) porque «compra» obligaciones (o bonos).

Intermediario financiero. Es la entidad que canaliza y hace coincidir los intereses y deseos de la sociedad que emite el empréstito y de los ahorradores que desean rentabilizar sus ahorros.

Normalmente son las entidades bancarias quienes colocan entre sus clientes el conjunto de obligaciones de un empréstito, cobrando una comisión por ello.

3 Terminología

c : Valor nominal de un título (obligación o bono). n : Duración del empréstito.

i : Tipo de interés del empréstito.

$c \times i$: Cupón o interés periódico de un título.

1 : Número de títulos que componen la emisión de un empréstito.

N_k : Número de títulos en circulación (pendientes de amortizar) a comienzos del período k .

M_k : Número de títulos que se amortizan al final del período k .

mk : Total acumulado de títulos amortizados después de k sorteos, incluidos los del período k .

ak : Término amortizativo del período k . Es la contraprestación que la entidad emisora ha de pagar al final del período k .

$c \times N_1$: Valor nominal del empréstito.

V : Precio de emisión de un título. Es la cantidad realmente pagada por el obligacionista cuando adquiere el título.

$V \times N_1$: Valor de emisión del empréstito. Resultante de multiplicar el número de títulos emitidos por el precio de emisión de éstos.

“Es muy importante conocer los elementos del empréstito para poder resolver cualquier problema, prestando especial atención en los cupones y en la amortización del nominal del mismo”

4 Los Empréstitos desde el Punto de Vista del Emisor

Es una forma de financiación de la empresa emisora mediante recursos ajenos.

Tareas:

1º) Evaluar las necesidades de financiación

2º) Diseño de la emisión:

- Importe total a emitir y su composición:
- Número de títulos a emitir
- Nominal de cada título
- Momento de la emisión
- Plazo hasta la amortización total
- Forma de pago de los cupones
- Modalidad de amortización (única, sorteo, reducción nominal,...)

Notación que se utiliza:

C = nominal de obligaciones N = número de obligaciones V = valor de emisión

i_s = tipo de interés del periodo s

n = número de años de vida del empréstito a_s = término amortizativo del periodo s

P_e = prima de emisión

P = prima de amortización L = lote

El emisor ha de plantearse y resolver

- Cuantía que ha de dedicar en cada periodo al servicio del empréstito hasta su amortización y su composición:
 - Cuantía que se dedica al pago de intereses
 - Cuantía que se dedica a la amortización de títulos
- El plan de amortización de títulos
 - Nº de obligaciones que se amortizan en cada periodo
 - Nº de obligaciones que siguen vivas después de s periodos
- El cuadro de amortización del empréstito

- El tanto efectivo de coste del empréstito para el emisor para compararlo con otras fuentes de financiación

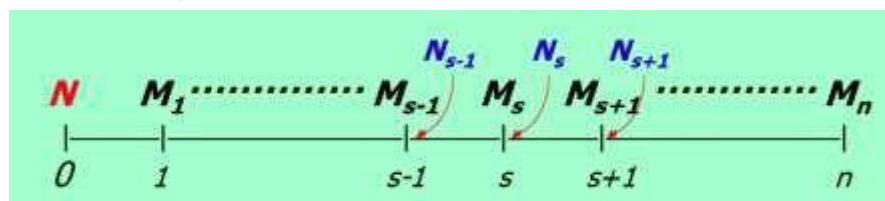
Empréstitos que se amortizan por sorteo

“La amortización por sorteo es la forma más común de amortizar un empréstito”



Aspectos generales:

- La amortización por sorteo es la forma clásica de amortizar empréstitos
- Todos los títulos tienen la misma duración en términos de probabilidad
- El plan de amortización es conocido pero no los títulos concretos que se amortizan en cada periodo ☐ sorteo



M_s = Número de obligaciones que se amortizan en el sorteo s N_s = Número de obligaciones vivas después de s sorteos

Se verifica:

$$M_s = N_{s-1} - N_s$$

Esta relación indica que el n° de títulos que se amortizan en un sorteo es la diferencia entre los que están vivos en el sorteo anterior y los que quedan vivos después de este sorteo.

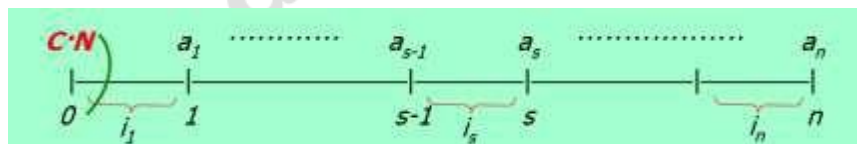
Por otra parte, los títulos emitidos son la suma de los que se amortizan en los n sorteos:

$$N = \sum_{s=1}^n M_s$$

El número total de obligaciones amortizadas en los s primeros sorteos M_s

$$\mathcal{M}_s = \sum_{k=1}^s M_k = N - N_s$$

El esquema de amortización de un empréstito es



El importe del empréstito $C \cdot N$ se amortiza con:

- los términos amortizativos a_s aplicando los tipos de interés i_s

El cuadro de amortización del empréstito

Es una tabla de doble entrada con las magnitudes más relevantes. Consta de dos partes: Amortiz. de títulos y amortiz. del empréstito. Hay que amortizar un n° entero de títulos en cada sorteo. Método de redondeo:

- 1º) Se calculan las M_s teóricas.

“La finalidad de los empréstitos es obtener financiación de forma externa”

2º) Se toman las partes enteras por defecto de cada M_s y se suman.

3º) Se redondean por exceso las M_s con la parte decimal más alta hasta que sumen N

Introducción:

La estructura de los términos amortizativos es:

$$a_s = C \cdot i_s \cdot N_{s-1} + C \cdot M_s \quad (s = 1, 2, \dots, n)$$

- $C \cdot i_s$ es el importe del cupón para un título
- En esta modalidad los títulos cobran cupones periódicamente y se amortizan por el nominal.

El esquema gráfico para un título que se amortiza en el sorteo s



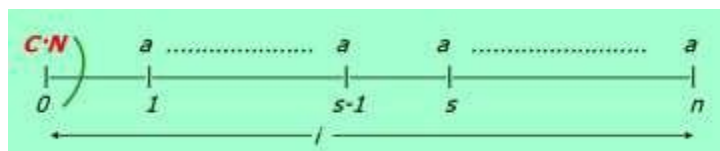
Recuerda: Observar: Cada título se amortiza por el método americano

Empréstitos tipo I: Planteamiento

Los términos amortizativos y los tipos de interés son constantes

$$a_1 = a_2 = \dots = a_n = a \quad \text{y} \quad i_1 = i_2 = \dots = i_n = i$$

El esquema gráfico es:



"Este será el esquema principal que voy a utilizar en la clase, es decir, amortización por el método americano"

Los datos son: C; N; i y n.

A partir de ellos se han de obtener las restantes magnitudes Estructura del término amortizativo del año s

$$a = C \cdot i \cdot N_{s-1} + C \cdot M_s$$

Obtención de la anualidad: Ecuación de equivalencia financiera

$$C \cdot N = a \cdot a_{\overline{n}|i} \Rightarrow a = \frac{C \cdot N}{a_{\overline{n}|i}}$$

Plan de amortización de títulos

Cálculo de los títulos que se amortizan en cada sorteo

Al restar las anualidades de dos periodos consecutivos

$$\begin{array}{lcl} \text{año } s & a & = C \cdot i \cdot N_{s-1} + C \cdot M_s \\ \text{año } s+1 & a & = C \cdot i \cdot N_s + C \cdot M_{s+1} \\ \hline 0 & = & C \cdot i \cdot (N_{s-1} - N_s) + C \cdot M_s - C \cdot M_{s+1} \end{array}$$

$$0 = C \cdot i \cdot (N_{s-1} - N_s) + C \cdot M_s - C \cdot M_{s+1}$$

M_s

se simplifica la C y se despeja M_{s+1} :

$$M_{s+1} = M_s (1+i) = \dots = M_1 (1+i)^s$$

Para obtener M_1 hay dos procedimientos:

A partir de la estructura de la anualidad del primer año

$$a = C \cdot i \cdot N + C \cdot M_1 \Rightarrow M_1 = \frac{a - C \cdot i \cdot N}{C}$$

A partir de la siguiente relación:

$$\begin{aligned} N &= M_1 + M_2 + \dots + M_n \Rightarrow \\ M_1 \cdot [1 + (1+i) + \dots + (1+i)^{n-1}] &\Rightarrow \\ N &= M_1 \cdot S_{\overline{n}|i} \Rightarrow M_1 = \frac{N}{S_{\overline{n}|i}} \end{aligned}$$

- Una vez obtenidos los títulos que se amortizan en cada sorteo, los títulos vivos se calculan:

$$N_s = N_{s-1} - M_s \quad (s = 1, 2, \dots, n)$$

Cálculo de títulos vivos después de cada sorteo:

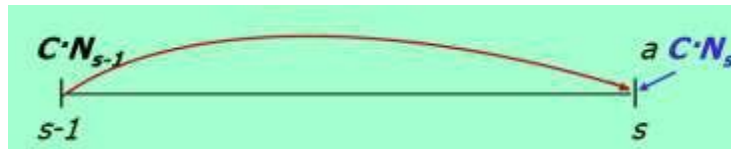
Empréstito vivo al principio de $s+1$, por el método prospectivo:

$$\begin{aligned} &\text{Diagrama de flujo: } 0 \xrightarrow{C \cdot N} 1 \xrightarrow{a} \dots \xrightarrow{a} s \xrightarrow{a E_v} s+1 \xrightarrow{a} \dots \xrightarrow{a} n \\ &E_v = C \cdot N_s = a \cdot a_{\overline{n-s}|i} \Rightarrow N_s = N \cdot \frac{a_{\overline{n-s}|i}}{a_{\overline{n}|i}} \\ &\text{ya que } a = \frac{C \cdot N}{a_{\overline{n}|i}} \end{aligned}$$

“Este será el esquema principal que voy a utilizar en la clase, es decir, amortización por el método americano”

También puede aplicarse el método recurrente:

Conocido N_{s-1} , se obtiene N_s tal como se indica a continuación



$$C \cdot N_{s-1} \cdot (1+i) - a = C \cdot N_s \Rightarrow N_s = N_{s-1} \cdot (1+i) - a/C$$

Cálculo del número total de títulos amortizados en los s primeros sorteos:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_s &= M_1 + M_2 + \dots + M_s = \\ &= M_1 \cdot [1 + (1+i) + \dots + (1+i)^{s-1}] = M_1 \cdot S_{s/i} \\ \mathcal{M}_s &= N \cdot \frac{S_{s/i}}{S_{n/i}} \end{aligned}$$

5 Empréstitos Normales Ejercicios

EJERCICIO 1

Los datos son: $N = 100.000$ títulos; $C = 1.000$ €; $n = 8$ años; $C \cdot i = 50$ € $\times i = 5\%$

a) Calcular el término amortizativo

A partir de la ecuación de equivalencia:

$$100_M = a \cdot a_{\overline{8}|5\%}$$

$$a = \frac{100_M}{a_{\overline{8}|5\%}} = 15.472.181,36 \text{ €}$$

b) Títulos que se amortizan al final del año 4

$$M_4 = M_1 \cdot 1,06^3 = 12.122,46 \text{ oblig.}$$

Siendo

$$M_1 = \frac{a \cdot a_{\overline{8}|5\%} - C \cdot i \cdot N}{1000} = 10.472,18$$

c) Títulos pendientes de amortizar a comienzos del año 3

$$1000 \cdot N_3 = a \cdot a_{\overline{8-3}|5\%} \Rightarrow N_3 = 66.986,45 \text{ obl.}$$

d) Cuadro de amortización:

Cuadro de amortización: $a_{\text{teórica}} = 15.472.181,36€$							
Año	Amortización de Títulos			Amortización del Empréstito			
	Parcial	Acumul.	Vivos	Intereses	Amortización	Anualidad	Pendiente
0			100.000				100.000.000
1	10.472	10.472	89.528	5.000.000	10.472.000	15.472.000	89.528.000
2	10.996	21.468	78.532	4.476.400	10.996.000	15.472.400	78.532.000
3	11.546	33.014	66.986	3.926.600	11.546.000	15.472.600	66.986.000
4	12.123	45.137	54.863	3.349.300	12.123.000	15.472.300	54.863.000
5	12.729	57.866	42.134	2.743.150	12.729.000	15.472.150	42.134.000
6	13.365	71.231	28.769	2.106.700	13.365.000	15.471.700	28.769.000
7	14.034	85.265	14.735	1.438.450	14.034.000	15.472.450	14.735.000
8	14.735	100.000	0	736.750	14.735.000	15.471.750	0

EJERCICIO 2

Los datos son: $N = 100.000$; $C = 1.000$; $n = 8$; $C \cdot i = 50€$; M constante

- Nº de obligaciones que se amortizan en cada sorteo:

$$M = \frac{100.000}{8} = 12.500 \text{ títulos}$$

- Títulos vivos y empréstito vivo

$$N_3 = (8 - 3) \cdot 12.500 = 62.500 \text{ títulos}$$

$$M_3 = 3 \cdot 12.500 = 37.500 \text{ títulos}$$

$$E_{v3} = 1_s \cdot N_3 = 1_s \cdot 37.500 = 37.500.000€$$

- Anualidades de los años 1º y 5º

$$a_1 = C \cdot i \cdot N + C \cdot M = 50 \cdot 100. + 1000 \cdot 12.500$$

$$a_1 = 17.500.000 \text{ €}$$

$$a_5 = a_1 - 4 \cdot 50 \cdot 12.500$$

$$a_5 = 15.000.000 \text{ €}$$

- Cuadro de amortización

Año	Amortización de Títulos			Amortización del Empréstito			
	Parcial	Acumul.	Vivos	Intereses	Amortización	Anualidad	Pendiente
0			100.000				100.000.000
1	12.500	12.500	87.500	5.000.000	12.500.000	17.500.000	87.500.000
2	12.500	25.000	75.000	4.375.000	12.500.000	16.875.000	75.000.000
3	12.500	37.500	62.500	3.750.000	12.500.000	16.250.000	62.500.000
4	12.500	50.000	50.000	3.125.000	12.500.000	15.625.000	50.000.000
5	12.500	62.500	37.500	2.500.000	12.500.000	15.000.000	37.500.000
6	12.500	75.000	25.000	1.875.000	12.500.000	14.375.000	25.000.000
7	12.500	87.500	12.500	1.250.000	12.500.000	13.750.000	12.500.000
8	12.500	100.000	0	625.000	12.500.000	13.125.000	0